



Powtórzenie wiadomości

Zadanie 1

Oblicz $f(-1)$, $f(2)$ dla $f(x) = -2x^3 - 4x^2 + 2$.

Zadanie 2

Oblicz pochodną funkcji:

a) $y = 13 + 2x$

b) $y = x^5 + 10x^2 - 3x + 5$

c) $y = \frac{5}{x} - 6x^4$

d) $y = 5\sqrt{x} + 12$

e) $y = \frac{1}{4}(2x - 3)^2$

Zadanie 3

Oblicz całkę nieoznaczoną:

a) $\int x^2 dx$

b) $\int 5x^2 + 5x + 4 dx$

c) $\int \frac{1}{2}(2x - 3)^2 dx$

d) $\int 6x \cdot (2x - 3)^3 dx$

e) $\int x^2 \cdot (4 + 2x)^3 dx$

Wzory skróconego mnożenia:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3b^2a - b^3$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Zadanie 4

Oblicz całkę oznaczoną:

a) $\int_{-1}^3 x^3 dx$

b) $\int_1^2 x^2 \cdot (2x - 1)^2 dx$

c) $\int_{-1}^1 e^{2x} dx$

d) $\int_1^4 x \cdot e^x dx$

Zadanie 5

Mając dany szereg: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 15. Oblicz:

a) Średnią arytmetyczną;

b) Wariancję;

c) Odchylenie standardowe;

d) Współczynnik zmienności;

e) Współczynnik asymetrii.

$$0,0 < |r_{xy}| < 0,3 - \text{słaba zależność,}$$

$$0,3 \leq |r_{xy}| < 0,7 - \text{umiarkowana zależność,}$$

$$0,7 < |r_{xy}| < 1,0 - \text{silna zależność.}$$

Zadanie 9

Na podstawie poniższych wyników dotyczących zależności pomiędzy stażem pracy pracownika (w latach) a liczbą wadliwych sztuk w wyprodukowanej przez niego partii wyrobów odpowiedzieć na następujące pytania:

- Czy populacja pracowników jest bardziej zróżnicowana ze względu na staż pracy czy liczbę braków?
- Jaki jest przeciętny staż pracy pracowników, którzy wyprodukowali 3 sztuki wadliwe?
- Jak jest przeciętna liczba braków u pracowników mających staż pracy od 2 do 4 lat?
- Jakie jest zróżnicowanie wadliwości wśród pracowników z najmniejszym stażem pracy?
- Czy staż pracy ma wpływ na liczbę braków?
- Czy 75% badanych pracowników generuje co najmniej 3 braki?
- Jaki staż pracy mieli najczęściej pracownicy?
- Czy 25% pracowników miało co najmniej 3 letni staż pracy?

Staż pracy	Liczba braków				
	0	1	2	3	4
0-2		3	5	9	11
2-5	4	10	8	4	4
5-7	6	3	1	1	
7-11	10		1		

Zadanie 10

W pewnej firmie badano zależność pomiędzy stażem pracy (X) a wynagrodzeniem netto (Y). Wiedząc, że:

- Współczynnik zmienności stażu pracy wynosił 48,8%,
- 50% pracowników miało co najmniej 4 letni staż pracy.
- Rozkład stażu pracy był prawostronny – Wsp. asymetrii wynosił 0,26.
- Zależność pomiędzy wynagrodzeniem a stażem pracy opisuje następująca linia regresji:
 $y = 0,0762x + 1,139$.

- Najczęściej pracownicy otrzymywali wynagrodzenie na poziomie 1,2 tys. zł.
 - Współczynnik zmienności wynagrodzenia wynosił 3,41%,
- Oblicz i zinterpretuj współczynnik korelacji pomiędzy stażem pracy a wynagrodzeniem.

$$\hat{y} = a_1x + a_0$$

gdzie:

$$a_1 = \frac{\text{cov}(x, y)}{S^2(x)} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = r_{xy} \frac{S(y)}{S(x)}$$

$$a_0 = \bar{y} - a_1 \cdot \bar{x}$$

$$\hat{x} = b_1y + b_0$$

gdzie:

$$b_1 = \frac{\text{cov}(x, y)}{S^2(y)} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = r_{xy} \frac{S(x)}{S(y)}$$

$$b_0 = \bar{x} - b_1 \cdot \bar{y}$$

Zadanie 11

W pewnej firmie badano zależność pomiędzy stażem pracy (X) a wynagrodzeniem netto (Y). Wiedząc, że

- kowariancja pomiędzy stażem pracy a wynagrodzeniem wynosi 55,
- zróżnicowanie mierzone współczynnikiem zmienności dla wynagrodzenia 3,41%
- średnie wynagrodzenie 1,5 tys. Zł
- staż pracy, zgodnie z poniższą tabelą:

Staż pracy	2-4	4-5	5-7	7-9	9-13	13-15	Powyżej 15
Liczba osób	21	50	46	30	40	10	15

Co można powiedzieć o kierunku sile korelacji pomiędzy tymi zmiennymi? Oszacuj zależność liniową pomiędzy wynagrodzeniem i stażem pracy.