

ZESTAW ZADAŃ

ZMIENNA LOSOWA SKOKOWA

1. Dla jakich wartości parametru „a” podana funkcja jest funkcją prawdopodobieństwa zmiennej losowej X.

x_i	-5	-3	0	2	3	5	8	9	12	13
p_i	0,02	0,03	0,11	a	0,25	0,05	0,05	0,15	0,18	0,01

2. Dany jest rozkład zmiennej losowej X:

x_i	-1	0	1	2
p_i	0,2	0,4	0,3	0,1

Jakie jest prawdopodobieństwo, że X przyjmie wartość:

- a) mniejszą od 0, b) mniejszą od 1,5, c) większą od 0,3, d) pomiędzy -0,5 a 1,7?

3. Dla funkcji prawdopodobieństwa:

x_i	-1	0	2	4	6	8
p_i	0,2	0,3	0,1	0,15	0,05	0,2

- a. Narysuj wykres funkcji prawdopodobieństwa,
- b. Narysuj histogram funkcji prawdopodobieństwa,
- c. Wyznacz dystrybuantę;
- d. Narysuj wykres dystrybuanty,
- e. Wyznacz prawdopodobieństwa:
 $P(x < 2)$, $P(x \leq 4)$, $P(x > 3)$, $P(1 \leq x < 2)$, $P(x < -1)$, $P(x \leq -1)$,
 $P(x > -1)$, $P(x \geq 1)$, $P(x = -1)$, $P(x = 1)$
- f. Wyznacz wartość oczekiwaną,
- g. Wyznacz wariancję,
- h. Odchylenie standardowe,
- i. Trzeci moment centralny,
- j. Współczynnik asymetrii,
- k. Współczynnik zmienności,

4. Prawdopodobieństwo tego, że zmienna losowa X przyjmuje wartości równe odpowiednio 1, 2, 3, 4, 5 jest

równe $P(X = x) = \frac{1}{225} x^3$.

- a. Sprawdzić, czy podana funkcja jest funkcją prawdopodobieństwa;
- b. Znaleźć prawdopodobieństwo tego, że zmienna losowa X przyjmie wartość mniejszą od 4.
- c. Wyznacz dystrybuantę.

5. Wyznaczyć funkcję prawdopodobieństwa dla dystrybuanty:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1/10 & 0 < x \leq 1 \\ 8/10 & 1 < x \leq 3 \\ 1 & x > 3 \end{cases}$$

6. Dystrybuanta zmiennej losowej X ma postać:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -2 \\ 0,2 & -2 < x \leq 0 \\ 0,4 & 0 < x \leq 2 \\ 0,7 & 2 < x \leq 4 \\ 0,8 & 4 < x \leq 6 \\ 1 & x > 6 \end{cases}$$

obliczyć prawdopodobieństwo tego, że zmienna losowa X przyjmuje wartość mniejszą od 3.

7. Uzupełnij puste miejsca w tabeli, wiedząc, że $E(X) = \frac{5}{4}$:

x_i	-2	0		12
p_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$

8. Zmienna losowa X ma następujący rozkład prawdopodobieństwa

x_i	1		5	10	20
p_i	0,5	0,25	0,1	0,1	

Uzupełnij puste miejsca w tabeli wiedząc, że $E(X^2) = 37$. Wyznacz wartość przeciętną.

9. Dane są wartości dyskretnej zmiennej losowej X : $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1$ oraz $E(x) = 0,1$ i $E(X^2) = 0,9$.

- Znajdź funkcję prawdopodobieństwa;
- Zapisz funkcję dystrybuanty.

10. Mając dane 2 niezależne zmienne losowe X, Y , takie, że: $E(X) = 1$, $D^2(X) = 4$, $E(Y) = 2$, $D^2(Y) = 9$ wyznaczyć wartości oczekiwane oraz odchylenia standardowe następujących zmiennych losowych:

- $Z = X - Y + 6$,
- $Z = X + Y$,
- $Z = 2X + 3Y - 1$,
- $Z = 3XY$.

11. Dystrybuanta zmiennej losowej X ma postać:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -2 \\ 0,2 & -2 < x \leq 0 \\ 0,4 & 0 < x \leq 2 \\ 0,7 & 2 < x \leq 4 \\ 0,8 & 4 < x \leq 6 \\ 1 & x > 6 \end{cases}$$

Funkcja prawdopodobieństwa zmiennej losowej Y ma postać:

y_i	1	4	5	6	9
p_i	0,5	0,25	0,1	0,1	0,05

Wyznaczyć wartości oczekiwane oraz odchylenia standardowe następujących zmiennych losowych:

- a) $Z = X - Y + 6$,
- b) $Z = X + Y$,
- c) $Z = 2X + 3Y - 1$,
- d) $Z = 3XY$.

Literatura do zajęć

- 1) Maria Balcerowicz-Szkutnik, Elżbieta Sojka, Włodzimierz Szkutnik, (2016), *Wnioskowanie statystyczne w przykładach i zadaniach*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach.
- 2) S. Ostasiewicz, Z. Rusnak, U. Siedlecka (2011), *Statystyka - elementy teorii i zadania*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego we Wrocławiu.
- 3) Mieczysław Sobczyk, *Statystyka*, (2019), Wydawnictwo Naukowe PWN.