

ZESTAW ZADAŃ

WYBRANE ROZKŁADY ZMIENNEJ LOSOWEJ CIĄGŁEJ

1. Odsetek studentów, którzy uzyskują zaliczenie ze statystyki w pierwszym terminie ma rozkład jednostajny na przedziale $[0,6; 1]$.
- Podać funkcję gęstości tej zmiennej losowej.
 - Wyznaczyć i narysować dystrybuantę powyższego rozkładu.
 - Wyznaczyć wartość przeciętną
 - Wyznaczyć odchylenie standardowe tej zmiennej losowej.
 - Jakie jest prawdopodobieństwo, że zaliczenie ze statystyki w pierwszym terminie otrzyma co najmniej 35% studentów?
 - Jakie jest prawdopodobieństwo, że zaliczenie ze statystyki w pierwszym terminie otrzyma co najwyżej 35% studentów?
 - Jakie jest prawdopodobieństwo, że zaliczenie ze statystyki w pierwszym terminie otrzyma od 30% do 35% studentów?

$$f(X) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x \leq a \\ \frac{1}{b-a} & \text{dla } a < x < b \\ 0 & \text{dla } x \geq b \end{cases} \quad F(X) = \begin{cases} 0 & \text{dla } x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{dla } a \leq x < b \\ 1 & \text{dla } x > b \end{cases}$$

$$E(X) = \frac{a+b}{2}; \quad D^2(X) = \frac{1}{12}(b-a)^2$$

2. Dana jest zmienna losowa $Z : N(0,1)$. Korzystając z tablic dystrybuanty tej zmiennej obliczyć:
- $P(Z < 0,5)$,
 - $P(Z < -2)$,
 - $P(Z > 3)$,
 - $P(-1 < Z < 0)$,
 - $P(1 < Z < 2,5)$,
 - $P(|Z| < 3)$,
 - $P(|Z| > 3)$
 - $P(Z = 1,7)$.
3. Czas świecenia żarówek pewnego producenta ma rozkład $N(2500, 400)$.
- Zapisz funkcję gęstości,
 - Zapisz dystrybuantę.
 - Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrana żarówka będzie świecić krócej niż 2000 godzin;
 - Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrana żarówka będzie świecić dłużej niż 3500 godzin;
 - Obliczyć prawdopodobieństwo, że losowo wybrana żarówka będzie świecić pomiędzy 1500 a 2500 godzin.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}$$

$$F(X) = P(X < x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}} dt$$

4. Wzrost mężczyzn w populacji ma rozkład normalny o wartości oczekiwanej 177 cm i wariancji równej 64 cm². Obliczyć prawdopodobieństwo że losowo wybrany mężczyzna jest:
- niższy niż 180 cm;
 - wyższy niż 190 cm;
 - wyższy niż 165 cm ale niższy niż 175 cm.

5. Zmienna losowa X podlega rozkładowi o funkcji gęstości danej wzorem:

$$f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-10)^2}{8}}$$

- Podaj wartości podstawowych parametrów rozkładu,
 - Ustal, ile spośród 100 elementów przyjmuje wartości nie większe od 12 i nie mniejsze od 9.
6. Ciężar kurzych jajek zniesionych w okresie zimowym jest zmienną losową $N\left(50, \frac{1}{2}\right)$ w gramach. Jakie jest prawdopodobieństwo, że waga 20 jajek przekroczy 1 kg?

$$N(nm, \delta\sqrt{n})$$

7. Wyznaczyć wartość z_α , dla której:

- $P(Z < z_\alpha) = 0,95$,
- $P(Z < z_\alpha) = 0,99$,
- $P(Z > z_\alpha) = 0,1$,
- $P(Z > z_\alpha) = 0,5$
- $P(|Z| > z_\alpha) = 0,01$,
- $P(|Z| < z_\alpha) = 0,95$,
- $P(|Z| < z_\alpha) = 0,3$.