ZESTAW ZADAŃ Z MATEMATYKI

SZEREGI LICZBOWE

Zadanie 1

Zbadać, czy dla podanych szeregów jest spełniony warunek konieczny zbieżności szeregu[[1]](#footnote-1):

1. ;
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 
7. 
8. 
9. 
10. 
11. 
12. 
13. 
14. 
15. 
16. 
17. 
18. 
19. 
20. 
21. 

Powinien być każdy rodzaj zadania z ciągów

Odpowiedzi:

a) . Zatem **warunek konieczny zbieżności szeregu jest spełniony**. Oznacza to, że dany szereg **może być** **albo** zbieżny albo rozbieżny.

b)  - warunek konieczny zbieżności szeregu **nie jest spełniony**. Oznacza to, że dany szereg **jest rozbieżny**.

|  |
| --- |
| **Warunek konieczny zbieżności szeregu**  Jeśli wyraz ogólny szeregu nie zbiega do 0, to szereg ten jest **rozbieżny**. |

Zadanie 2

Zbadać, czy spełniony jest warunek konieczny zbieżności szeregu. Sprawdzić na podstawie definicji o zbieżności szeregu, zbieżność badanego szeregu. Jeżeli szereg jest zbieżny to wyznaczyć jego sumę.

Wskazówka: a) Sprawdzamy czy , następnie zauważamy szereg geometryczny. Korzystamy z definicji o zbieżności szeregu. Wyznaczamy sumę szeregu. d) Rozkład na ułamki proste.

|  |
| --- |
| **Definicja (o zbieżności szeregu)**  Szereg  (lub inaczej szereg: ) nazywamy zbieżnym, jeżeli ciąg sum częściowych  jest zbieżny do granicy właściwej . Piszemy wówczas:  lub  Liczbę nazywamy sumą szeregu. |

Zadanie 3

Wykaż, na podstawie definicji o zbieżności szeregu, że podany szereg jest zbieżny i jego suma wynosi 0,25[[2]](#footnote-2).

Zadanie 4

Wykaż, na podstawie definicji, że podany szereg jest zbieżny[[3]](#footnote-3).

Zadanie 5

Wykaż, na podstawie definicji, że podany szereg jest zbieżny[[4]](#footnote-4).

Zadanie 6

Na podstawie definicji zbieżności szeregu zbadać zbieżność podanych szeregów. Jeżeli szereg jest zbieżny to wyznaczyć jego sumę.

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Odpowiedzi:

a), b)  - warunek konieczny jest spełniony. Oznacza to, że dane szeregi mogą być **albo** zbieżne albo rozbieżne. Kryterium (tj. warunek konieczny) zatem nie rozstrzyga, czy dany szereg jest zbieżny, czy też jest rozbieżny. Zatem korzystamy z definicji o zbieżności szeregu.

a) Szereg jest zbieżny i jego suma wynosi 4. b) Szereg jest zbieżny i jego suma wynosi 0,25.

f) Szereg po przekształceniach można zapisać w prostszej postaci, tj. ;

Zadanie 7

Zbadać zbieżność szeregów korzystając z odpowiednich kryteriów:

1. 
2. 
3. 
4. 
5. 
6. 

Odpowiedzi:

a), b) , c) d) - można zastosować kryterium d’Alemberta ;

d), e), f) g) - można zastosować kryterium Cauchy’ego.

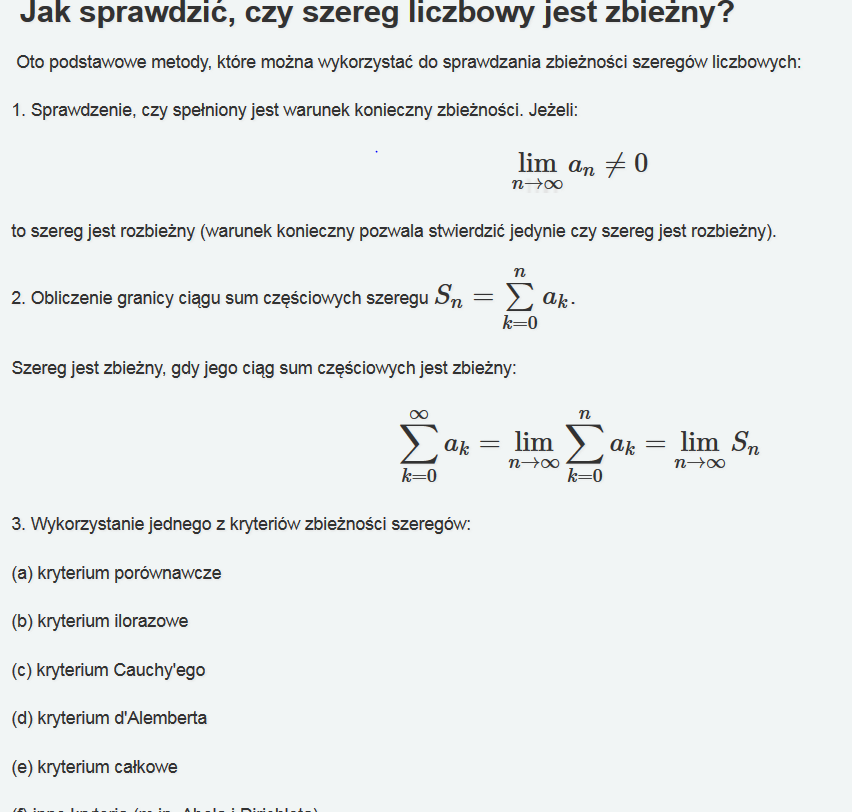
|  |
| --- |
| Kryterium d’Alemberta:  Kryterium Cauchy’ego:  Gdy:  – szereg zbieżny;  – szereg rozbieżny;  – kryterium nie rozstrzyga czy szereg jest zbieżny. |

Zadanie 8

Dla jakiej wartości szereg  jest zbieżny ?

Zadanie 9

Dla jakiej wartości  suma szereg  jest równa 5 ?



1. Twierdzenie: Jeżeli szereg:  jest zbieżny, to: . (Warunek konieczny zbieżności szeregu). [↑](#footnote-ref-1)
2. Wskazówka: Sprawdzamy WK zbieżności. Następnie zapisujemy . Upraszczamy do zapisu:

   .

   Liczymy: , czyli . . [↑](#footnote-ref-2)
3. Odpowiedź. Szereg jest zbieżny i jego suma wynosi . Zauważ, że:

   . [↑](#footnote-ref-3)
4. Odpowiedź. Szereg jest zbieżny i jego suma wynosi: . Zauważ, że: [↑](#footnote-ref-4)